

NO Calculs avec les fractions : multiplication et division

Objectifs :

- Travailler avec les différentes représentations des nombres rationnels
- Comprendre la notion de « fraction »
- Être capable de transformer l'écriture d'un nombre rationnel en une autre écriture
- Être capable d'effectuer les 4 opérations de base avec des fractions
- Être capable de résoudre différents problèmes liés aux fractions

Pour commencer, prends connaissance des éléments théoriques concernant les fractions aux pages 27 à 31 de ton Aide-mémoire.

Des compléments ainsi que des exercices te seront proposés tout au long des pages à venir. Les corrigés des exercices, parfois accompagnés d'explications vidéo, se trouvent à la fin du document (pages 9 à 14)

Divers rappels

En 9CO, tu as découvert la notion de fraction et tu as appris à effectuer des additions et des soustractions.

Voici quelques rappels de l'année dernière :

Rappel 1

Une fraction est le rapport de deux nombres relatifs écrit sous forme fractionnaire : $\frac{a}{b}$. En remplaçant a et b par des nombres entiers relatifs, on peut dire, par exemple, que : $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{9}{15}$ sont des fractions.

Rappel 2

Le nombre entier relatif placé au-dessus de la barre de fraction s'appelle le numérateur et celui placé au-dessous le dénominateur.

Exemple : $\frac{9}{15}$, 9 est le numérateur et 15 le dénominateur.

Rappel 3

Pour diverses raisons, on peut avoir besoin d'amplifier ou de simplifier une fraction.

Pour amplifier, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un nombre entier. La fraction amplifiée conserve la même valeur que la fraction de départ.

Exemple : $\frac{9}{15} = \frac{27}{45}$ La 1^{ère} fraction a été amplifiée par 3.

Pour simplifier, il faut effectuer le processus inverse. Au lieu de multiplier, on divise le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier (différent de 0). Lorsque je ne peux plus simplifier, on dit que la fraction est irréductible.

Exemple : $\frac{32}{96} = \frac{16}{48} = \frac{8}{24} = \frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

A chaque simplification, on a divisé par 2 les deux termes de la fraction. On aurait pu effectuer le passage de la 1^{ère} fraction à la dernière (la fraction irréductible) en divisant 32 et 96 par 32 pour trouver en une seule opération la fraction irréductible : $\frac{1}{3}$

Rappel 4

Un nombre rationnel peut s'écrire sous forme de fraction ou sous forme décimale.

Toute fraction peut être transformée en écriture décimale et inversement.

Exemples : $\frac{3}{4} = 0,75$ $4,5 = \frac{9}{2}$

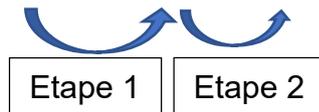
Tous ces rappels sont repris et détaillés dans ton Aide-Mémoire aux pages 27 à 31.

Addition et soustraction de fractions

En 9CO, tu as également appris à additionner et soustraire des fractions. Tout est expliqué en détail à la page 30 de ton Aide-Mémoire. Il est donc important de t'y référer régulièrement de manière approfondie.

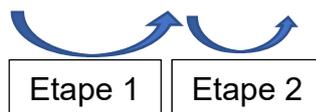
Voici trois exemples d'additions de fractions :

1^{er} exemple :
$$\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

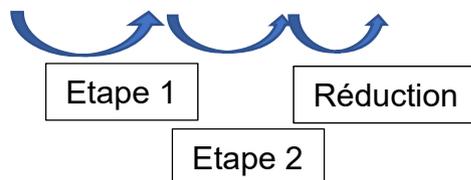


Pour additionner ces 2 fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur (Étape 1). L'étape 2 consiste à additionner les 2 numérateurs et à écrire le dénominateur commun (sans les additionner).

2^{ème} exemple :
$$\frac{5}{4} + \frac{6}{7} = \frac{5}{14} + \frac{12}{14} = \frac{17}{14}$$



3^{ème} exemple :
$$\frac{5}{14} + \frac{6}{7} = \frac{35}{98} + \frac{84}{98} = \frac{119}{98} = \frac{17}{14}$$



Dans ce 3^{ème} exemple, on a repris la même addition que dans le 2^{ème} exemple. Leur plus petit dénominateur commun est donc 14. Si on utilise un dénominateur commun différent de 14 comme par exemple 28, 42 ou tout autre multiple de 14, le calcul fonctionne. Il ne faudra pas oublier de simplifier le résultat obtenu jusqu'à obtenir une fraction irréductible.

Dans l'exemple ci-dessus, nous avons choisi 98 comme dénominateur commun et nous avons simplifié la réponse obtenue pour trouver $\frac{17}{14}$.

- Cette manière de faire est correcte mais un peu plus longue et compliquée.
- Il est également possible de simplifier les fractions avant d'effectuer l'addition.
- Pour la soustraction, ces techniques restent valables.

Propriété

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemples :

Multiplication

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{12}{35}$$

Multiplication

Multiplication

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{15}$$

Multiplication

Multiplication Simplifications successives

$$\frac{7}{9} \cdot \frac{12}{14} = \frac{84}{126} = \frac{42}{63} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

Multiplication Simplifications successives

Remarque : On peut simplifier les fractions avant d'effectuer les multiplications.

Dans l'exemple ci-dessous, on peut simplifier tout d'abord le 7 avec le 14 et le 12 avec le 9 dans un 1^{er} temps. Ensuite, on peut simplifier le 4 avec le 2 et, seulement après ces 2 simplifications, on effectue la multiplication.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \cdot \underset{2}{\cancel{14}}} = \frac{1 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$$

En **rouge**, on a simplifié par 7.

En **vert**, on a simplifié par 3.

En **orange**, on a simplifié par 2.

La simplification des fractions effectuée avant la multiplication permet d'éviter de travailler avec des nombres trop grands.

Propriété

Pour diviser deux fractions, on multiplie la première par l'inverse de la seconde.

D'après cette propriété, si on sait multiplier 2 fractions, on sait également diviser 2 fractions. La technique reste identique à celle expliquée ci-dessus pour la multiplication.

Exemples : $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$

Etape 1 : On transforme la division en multiplication et on inverse la 2^{ème} fraction.

Etape 2 : On effectue la multiplication comme vu précédemment.

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} = \frac{48}{72} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Etape 1 : On transforme la division en multiplication et on inverse la 2^{ème} fraction.

Etape 2 : On effectue la multiplication.

Etape 3 : On simplifie jusqu'à obtenir une fraction irréductible.

Rappel : Pour éviter de travailler avec de grands nombres, on peut simplifier les fractions avant d'effectuer les multiplications.

Exercices et problèmes d'application

Exercice 1 :

Effectue les multiplications et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} =$$

$$\frac{6}{4} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{6} =$$

Pour effectuer les 4 calculs ci-dessous, consulte le Rappel 4 à la page 2 de ce document.

$$\frac{8}{9} \cdot 0,6 =$$

$$2 \cdot \frac{5}{6} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot 0,\bar{3} =$$

$$\frac{5}{11} \cdot 1,\bar{3} =$$

Exercice 2 :

Simplifie avant d'effectuer les multiplications.

$$\frac{20}{11} \cdot \frac{44}{8} =$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{5} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{8}{140} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{70}{4} =$$

Exercice 3 :

Complète.

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{\dots\dots\dots}{5} = \frac{42}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{3}{2}$$

Exercice 4 :

Effectue ces divisions. Simplifie avant si nécessaire.

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{5} : \frac{5}{3} =$$

$$\frac{17}{34} : \frac{25}{5} =$$

$$\frac{9}{12} : \frac{6}{27} =$$

$$\frac{9}{12} : \frac{27}{24} =$$

$$1,\bar{3} : 0,75 =$$

$$10 : 0,2 =$$

Exercice 5 :

NO164 Lions en cage

Dans un zoo, $\frac{3}{10}$ des animaux sont des fauves. Parmi ceux-ci, les $\frac{2}{5}$ sont des lions.

- Quelle fraction des animaux du zoo les lions représentent-ils ?
- Et quel pourcentage cela fait-il ?

Exercice 6 :

NO173 Gourmandise partagée

Il reste les deux tiers d'un gâteau. On le partage à parts égales entre cinq personnes.

Quelle fraction du gâteau chaque personne reçoit-elle ?

Exercice 7 :

NO180 Tour de vis

Une vis de 4 cm s'enfonce de $\frac{2}{7}$ de cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO Calculs avec les fractions – corrigés

Exercices et problèmes d'application

Exercice 1 :

Effectue les multiplications et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

Tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

Tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} =$$

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} = \frac{63}{20}$$

Tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{6}{4} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{6}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{12} = \frac{1}{1} = 1$$

Tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux et tu simplifies la réponse trouvée.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6} =$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

Tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux et tu simplifies la réponse trouvée.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{10}{144} = \frac{5}{72}$$

Tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux et tu simplifies la réponse trouvée.

Pour effectuer les 4 calculs ci-dessous, consulte le Rappel 4 à la page 2 de ce document.

$$\frac{8}{9} \cdot 0,6 = \frac{8}{9} \cdot 0,6 = \frac{8}{9} \cdot \frac{6}{10} = \frac{48}{90} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

$$2 \cdot \frac{5}{6} = 2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Tu transformes 0,6 en écriture fractionnaire et tu appliques les règles vues ci-dessus.

Tu transformes 2 en écriture fractionnaire et tu appliques les règles vues ci-dessus.

$$\frac{2}{5} \cdot 0,\bar{3} = \frac{2}{5} \cdot 0,\bar{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{5}{11} \cdot 1,\bar{3} = \frac{5}{11} \cdot 1,\bar{3} = \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{33}$$

Tu transformes l'écriture décimale en écriture fractionnaire et tu appliques les règles vues ci-dessus.

Tu transformes l'écriture décimale en écriture fractionnaire et tu appliques les règles vues ci-dessus.

Exercice 2 :

Simplifie avant d'effectuer les multiplications.

$$\frac{30}{60} \cdot \frac{12}{24} =$$

$$\frac{30}{60} \cdot \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Tu simplifies la 1^{ère} fraction par 30.

Tu simplifies la 2^{ème} fraction par 12.

Ensuite, tu effectues la multiplication avec 2 fractions irréductibles.

$$\frac{20}{11} \cdot \frac{44}{8} =$$

$$\frac{20}{11} \cdot \frac{44}{8} = \frac{5}{1} \cdot \frac{4}{2} = \frac{20}{2} = \frac{10}{1} = 10$$

Tu simplifies 44 et 11 par 11.

Tu simplifies 20 et 8 par 4.

Ensuite, tu effectues la multiplication des 2 fractions simplifiées.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{5} =$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

Tu simplifies 21 et 7 par 7.

Ensuite, tu effectues la multiplication des 2 fractions simplifiées.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{8}{140} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{70}{4} =$$

$$\frac{\cancel{2}}{5} \cdot \frac{\cancel{8}}{140} \cdot \frac{15}{\cancel{16}} \cdot \frac{\cancel{70}}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Tu peux simplifier n'importe quel numérateur avec n'importe quel dénominateur.

Par exemple, simplifie 70 et 140 par 70, 8 et 16 par 8, etc..... A toi de voir avec la réponse détaillée ci-dessus.

Exercice 3 :

Complète.

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{\dots\dots\dots}{5} = \frac{42}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{5} = \frac{42}{25}$$

$$6 \cdot 7 = 42$$

$$5 \cdot 5 = 25$$

Les 2 valeurs manquantes sont donc 7 et 25.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{2} = \frac{15}{10}$$

On a amplifié la réponse 3/2 par 5 pour obtenir 15/10 dans un premier temps.

Explications vidéo, clique ici : https://youtu.be/vXo3cRKN_WQ



Exercice 4 :

Effectue ces divisions. Simplifie avant si nécessaire.

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{3} = \frac{1}{1} = 1$$

En premier, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Ensuite, tu effectues la multiplication des 2 fractions comme vu dans l'exercice 1.

Enfin, n'oublie pas de simplifier pour présenter ta réponse sous forme de fraction irréductible.

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{3}$$

En premier, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Ensuite, tu effectues la multiplication des 2 fractions comme vu dans l'exercice 1.

$$\frac{3}{5} : \frac{5}{3} =$$

$$\frac{3}{5} : \frac{5}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

En premier, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Ensuite, tu effectues la multiplication des 2 fractions comme vu dans l'exercice 1.

$$\frac{17}{34} : \frac{25}{5} =$$

$$\frac{17}{34} : \frac{25}{5} = \frac{17}{34} \cdot \frac{5}{25} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

En premier, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Ensuite, tu simplifies 17 et 34 par 17 ainsi que 5 et 25 par 5.

Pour terminer, tu effectues la multiplication avec les 2 fractions simplifiées.

$$\frac{9}{12} : \frac{27}{24} =$$

$$\frac{9}{12} : \frac{27}{24} = \frac{9}{12} \cdot \frac{24}{27} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

En premier, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Ensuite, tu simplifies 9 et 27 par 9 ainsi que 24 et 12 par 12.

Pour terminer, tu effectues la multiplication avec les 2 fractions simplifiées.

$$\frac{9}{12} : \frac{6}{27} =$$

$$\frac{9}{12} : \frac{6}{27} = \frac{9}{12} \cdot \frac{27}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{2} = \frac{27}{8}$$

En premier, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Ensuite, tu simplifies, par exemple, 9 et 6 par 3 ainsi que 27 et 12 par 3 également.

Pour terminer, tu effectues la multiplication avec les 2 fractions simplifiées.

$$1,\bar{3} : 0,75 =$$

$$1,\bar{3} : 0,75 = \frac{4}{3} : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$$

En premier, tu transformes les écritures décimales en écritures fractionnaires.

Ensuite, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Pour terminer, tu effectues la multiplication avec les 2 fractions simplifiées.

$$10 : 0,2 =$$

$$10 : 0,2 = \frac{10}{1} : \frac{2}{10} = \frac{10}{1} \cdot \frac{10}{2} = \frac{100}{2} = \frac{50}{1} = 50$$

En premier, tu transformes les écritures décimales en écritures fractionnaires.

En deuxième, tu multiplies la 1^{ère} fraction par l'inverse de la 2^{ème}.

Après, tu effectues la multiplication avec les 2 fractions simplifiées.

Pour terminer, tu simplifies ta fraction pour qu'elle soit irréductible.

Exercice 5 :

NO164 Lions en cage

Dans un zoo, $\frac{3}{10}$ des animaux sont des fauves. Parmi ceux-ci, les $\frac{2}{5}$ sont des lions.

- a) Quelle fraction des animaux du zoo les lions représentent-ils ?
b) Et quel pourcentage cela fait-il ?

a) Traduction de la phrase en opération mathématique :

Les $\frac{2}{5}$ des $\frac{3}{10}$ des animaux sont des lions :

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

Réponse : $\frac{3}{25}$

- b) On transforme $\frac{3}{25}$ en pourcentage, c'est-à-dire en fraction avec 100 comme dénominateur et, ensuite, on applique l'écriture du pourcentage.

$$\frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 12\%$$

Réponse : 12 %

Exercice 6 :

NO173 Gourmandise partagée

Il reste les deux tiers d'un gâteau. On le partage à parts égales entre cinq personnes.

Quelle fraction du gâteau chaque personne reçoit-elle ?

Traduction de la phrase en opération mathématique :

On doit diviser ce que l'on a en 5 parts égales :

$$\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3} : \frac{5}{1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

Réponse : $\frac{2}{15}$

Exercice 7 :

NO180 Tour de vis

Une vis de 4 cm s'enfonce de $\frac{2}{7}$ de cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

Imaginons le même problème avec des valeurs plus simples.

Par exemple, une vis de 8 cm s'enfonce de 2 cm à chaque tour. Dans un cas comme celui-ci, il faut diviser 8 par 2 pour trouver le nombre de tours à effectuer.

La réponse est $8 : 2 = 4$ tours.

Procédons de la même façon mais avec les valeurs données dans l'exercice.

Je divise 4 par $\frac{2}{7}$.

$$4 : \frac{2}{7} = \frac{4}{1} : \frac{2}{7} = \frac{4}{1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{28}{2} = \frac{14}{1} = 14$$

Réponse : Il faudra effectuer **14 tours**