

## GM Arcs et secteurs

Objectifs :

- Être capable de calculer la longueur d'un arc de cercle
- Être capable de calculer l'aire d'un secteur circulaire
- Être capable de déterminer le périmètre ou l'aire de formes composées

Pour commencer, prends connaissance des éléments théoriques concernant les longueurs d'arc et l'aire des secteurs circulaires aux pages 164 et 167 de ton Aide-mémoire.

Des compléments ainsi que des exercices te seront proposés tout au long des pages à venir. Les corrigés des exercices, parfois accompagnés d'explications vidéo, se trouvent à la fin du document (pages 7 à 9).

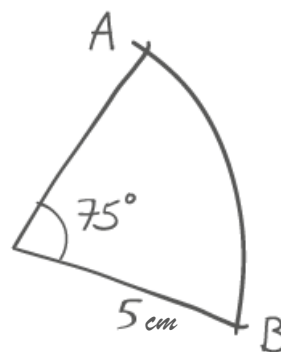
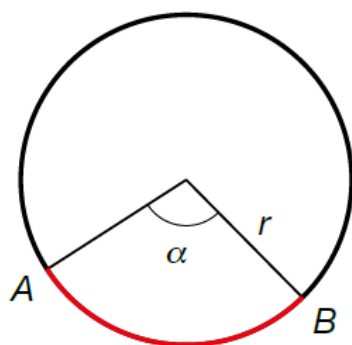
### Arc de cercle

#### Définition

Un arc de cercle est un morceau de cercle. Pour le définir on doit connaître le rayon du cercle ( $r$ ) ainsi que son angle au centre ( $\alpha$ )

On calcule la longueur d'un arc de cercle à l'aide de la formule suivante :

$$\widehat{AB} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360}$$



$\widehat{AB}$ : arc de cercle  
 $r$ : rayon du cercle  
 $\alpha$ : angle au centre mesuré en degrés

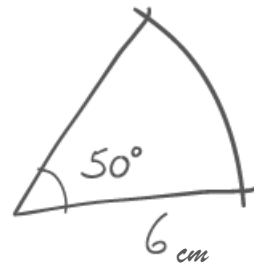
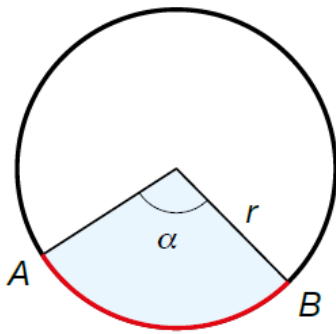
$$\widehat{AB} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \frac{75}{360} \cong 6,5 \text{ cm}$$

### Définition

Un secteur circulaire est un morceau de disque. Pour le définir on doit connaître le rayon du cercle ( $r$ ) ainsi que son angle au centre ( $\alpha$ )

On calcule l'aire d'un secteur circulaire à l'aide de la formule suivante :

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$$



$r$ : rayon du disque  
 $\alpha$ : angle du secteur

$$A = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{50}{360} \cong 15,7 \cdot \text{cm}^2$$

En fait, un arc de cercle ou un secteur circulaire sont des morceaux de cercle ou de disque.

On calcule donc la longueur totale du cercle ou l'aire du disque.

On divise le résultat par 360 (car l'angle au centre d'un cercle ou d'un disque complet fait  $360^\circ$ ) pour obtenir un petit morceau de cercle ou de disque (un morceau de  $1^\circ$ ).

Pour finir on multiplie le résultat par l'angle donné ( $\alpha$ ). (ce qui correspond au nombre de "morceaux")

Liens geogebra pour illustrer ceci.

<https://www.geogebra.org/m/yjajep4h>

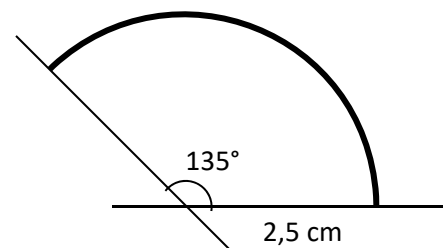
<https://www.geogebra.org/m/dadzu2cq>



## Calcul de la longueur d'un arc ou de l'aire d'un secteur

Exemple :

Calcule la longueur de l'arc de cercle ci-contre.



Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/eAgzWzT8Z64>

	Cercle	Arc de cercle
Angle [°]	360	135
Longueur [cm]	$2 \cdot \pi \cdot 2,5$ $\cong 15,7$	

$$15,7 \cdot 135 : 360 \cong 5,9$$

Formule :

Longueur de l'arc :  $2 \cdot \pi \cdot r \cdot$

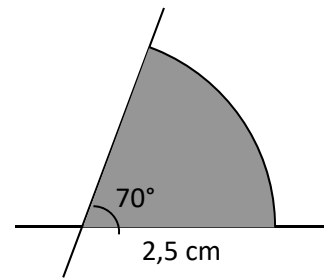
$$2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot \frac{135}{360} \cong 5,9 \text{ cm}$$



L'arc de cercle mesure environ 5,9 cm.

Exemple :

Calcule l'aire du secteur circulaire ci-dessous.



Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/xNZMz9e7fjE>



	Disque	Secteur
Angle [°]	360	70
Aire [cm <sup>2</sup> ]	$\pi \cdot 2,5^2$ $\cong 19,6$	

$$19,6 \cdot 70 : 360 \cong 3,8$$

Formule :

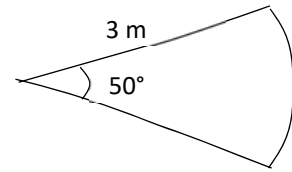
$$\text{Secteur} : \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$\pi \cdot 2,5^2 \cdot \frac{70}{360} \cong 3,8 \text{ cm}^2$$

L'aire du secteur fait environ 3,8 cm<sup>2</sup>.

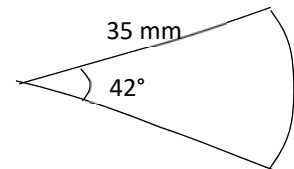
Exercice 1 :

Calcule l'aire d'un secteur angulaire dont voici le croquis.  
Arrondis ta réponse au dixième.



Exercice 2 :

Calcule la longueur de l'arc de cercle donné par le croquis.  
Arrondis ta réponse à l'unité.

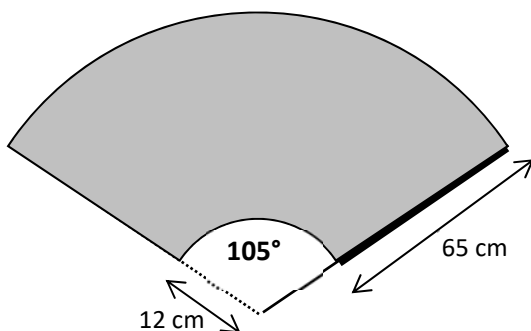


---

**Calcul de l'aire ou du périmètre de formes composées**

Exercice 3 :

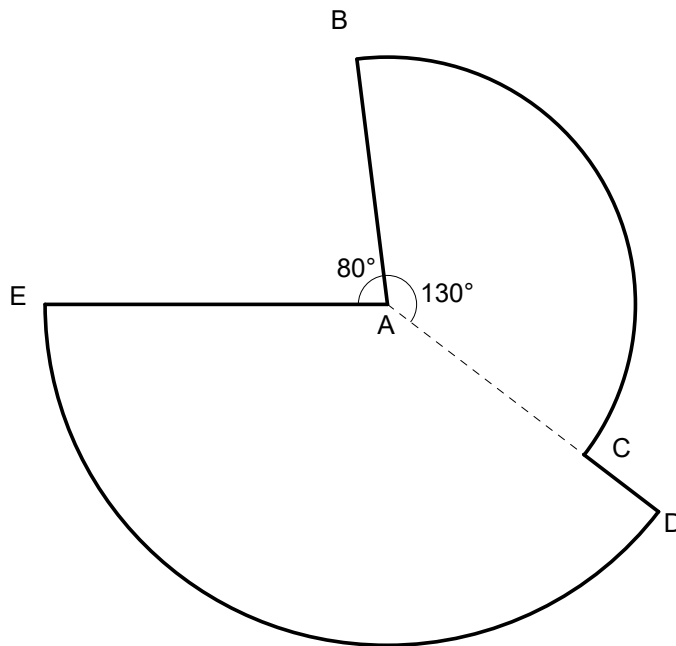
Sur le pare-brise d'une voiture, on a relevé les indications ci-dessous.  
Calcule l'aire de la surface grise balayée par cet essuie-glace.



Exercice 4 :

Calcule le périmètre de la figure ABCDE, sachant que le segment AB mesure 5 cm et le segment AE 9 cm.

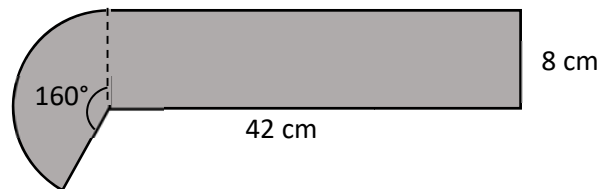
Donne la réponse finale en cm, arrondie au dixième.



Exercice 5 :

Quelle est l'aire de cette figure ?

Réponse arrondie au dixième.

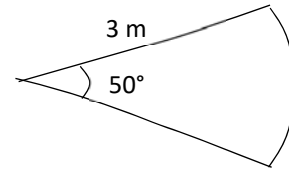


# GM Arcs et secteurs – corrigés

## Problèmes d'application : Développements et démarches

### Exercice 1 :

Calcule l'aire d'un secteur angulaire dont voici le croquis.  
Arrondis ta réponse au dixième. (rép.  $\sim 3,9 \text{ m}^2$ )



	Disque	Secteur
Angle [°]	360	50
Aire [m <sup>2</sup> ]	$\pi \cdot 3^2$ $\cong 28,3$	

Formule :

$$\text{Secteur} : \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$$

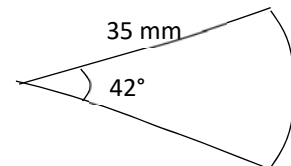
$$\pi \cdot 3^2 \cdot \frac{50}{360} \cong 3,9 \text{ m}^2$$

$$28,3 \cdot 50 : 360 \cong 3,9$$

L'aire du secteur fait environ  $3,9 \text{ m}^2$ .

### Exercice 2 :

Calcule la longueur de l'arc de cercle donné par le croquis.  
Arrondis ta réponse à l'unité. (rép.  $\sim 26 \text{ mm}$ )



	Cercle	Arc de cercle
Angle [°]	360	42
Longueur [mm]	$2 \cdot \pi \cdot 35$ $\cong 220$	

Formule :

$$\text{Longueur de l'arc} : 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$2 \cdot \pi \cdot 35 \cdot \frac{42}{360} \cong 26 \text{ mm}$$

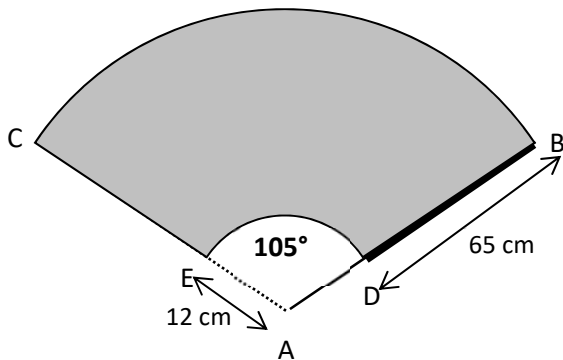
$$220 \cdot 42 : 360 \cong 26$$

L'arc de cercle mesure environ  $26 \text{ mm}$ .

### Exercice 3 :

Sur le pare-brise d'une voiture, on a relevé les indications ci-dessous.

Calcule l'aire de la surface grise balayée par cet essuie-glace. (rép.  $\approx 5301 \text{ cm}^2$ )



L'aire en gris se calcule en soustrayant l'aire du secteur ADE à l'aire du secteur ABC.

$$\text{Aire}_{ABC} : \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360} = \pi \cdot 77^2 \cdot \frac{105}{360} \cong 5433 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire}_{ADE} : \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360} = \pi \cdot 12^2 \cdot \frac{105}{360} \cong 132 \text{ cm}^2$$

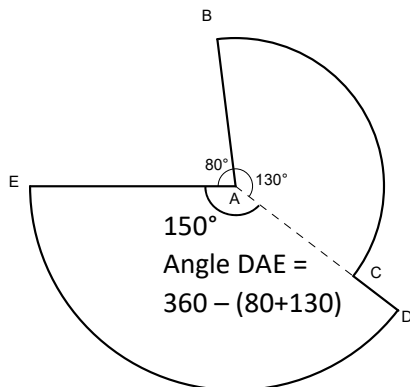
$$\text{Aire grise} : \pi \cdot 77^2 \cdot \frac{105}{360} - \pi \cdot 12^2 \cdot \frac{105}{360} \cong 5301 \text{ cm}^2$$

L'aire de la surface grise balayée par cet essuie-glace fait environ  $5301 \text{ cm}^2$ .

### Exercice 4 :

Calcule le périmètre de la figure ABCDE, sachant que le segment AB mesure 5 cm et le segment AE 9 cm.

Donne la réponse finale en cm, arrondie au dixième. (rép.  $\approx 52,9 \text{ cm}$ )



Il faut additionner les segments AE, AB, CD avec les arcs BC et ED.

$$\text{Arc BC} : 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \frac{80}{360} \cong 11,3 \text{ cm}$$

$$\text{Arc ED} : 2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot \frac{130}{360} \cong 23,6 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre} : \overline{AE} + \overline{AB} + \overline{CD} + \widehat{BC} + \widehat{ED} = 9 + 5 + 4 + 11,3 + 23,6 = 52,9 \text{ cm}$$

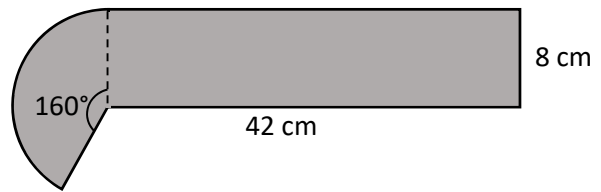
Le périmètre de la figure ABCDE mesure environ  $52,9 \text{ cm}$ .

### Exercice 5 :



Quelle est l'aire de cette figure ?

Réponse arrondie au dixième. (rép. ~425,4 cm<sup>2</sup>)



Pour déterminer l'aire de cette figure il faut additionner l'aire d'un rectangle avec celle d'un secteur.

$$\text{Aire rectangle : } 42 \cdot 8 = 336 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire secteur : } \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360} = \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{160}{360} \cong 89,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire de la forme : } 42 \cdot 8 + \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{160}{360} \cong 425,4 \text{ cm}^2$$

L'aire de cette forme fait environ 425,4 cm<sup>2</sup>.