

FA Calcul littéral

Objectifs :

- Définir et alléger des expressions littérales
- Définir un monôme, identifier le coefficient, la partie littérale et le degré d'un monôme
- Définir, reconnaître et associer deux monômes semblables
- Écrire des expressions littérales à partir d'un schéma ou d'une expression française
- Calculer la valeur numérique d'une écriture littérale
- Additionner, soustraire et multiplier des monômes

Pour commencer, prends connaissance des éléments théoriques concernant le calcul littéral aux page 67 à 69 de ton Aide-mémoire.

Des compléments ainsi que des exercices te seront proposés tout au long des pages à venir. Les corrigés des exercices, parfois accompagnés d'explications vidéo, se trouvent à la fin du document (pages 10 à 14).

Introduction au calcul littéral

Le calcul littéral, comme son nom l'indique, est un « calcul avec des lettres ». Une lettre représente ainsi un nombre dont on ne connaît pas la valeur.

L'inconnue représente par exemple : une quantité, une longueur, un prix, une température...

Exemples :

Lorsque nous allons au magasin, et que nous voulons acheter des oranges, sur l'étiquette nous pouvons voir 4fr / kilo. Le prix à payer va donc varier en fonction du nombre de kilo d'orange acheté.

Ici notre inconnue est le nombre de kg que nous prenons. Ainsi le prix à payer sera : 4 fois le nombre de kg.

Remplaçons le nombre de kg par x et nous obtenons : $4 \cdot x$

Si un client achète 5 kg, le prix sera de 20 fr ($4 \cdot 5 = 20$) et s'il en achète 8, le prix sera de 32 fr ($4 \cdot 8 = 32$).

En géométrie, le calcul littéral est régulièrement utilisé. En effet, lorsqu'il y a des formules d'aires, de périmètre ... nous utilisons le calcul littéral.

Par exemple, la formule pour calculer l'aire d'un carré est c^2 , ainsi l'aire varie en fonction de notre inconnue qui est la mesure du côté.

Si le côté d'un carré mesure 4cm, alors son aire vaut $4^2 = 16 \text{ cm}^2$, alors que si le côté mesure 6 cm, son aire vaut $6^2 = 36 \text{ cm}^2$.

Expression littérale

Définition

Une expression littérale est une expression mathématique qui contient une ou plusieurs lettres appelées variables, inconnues ou indéterminées, suivant le contexte.

Exemple :

x ; $3 \cdot (y-5)$; $7 - d + f$; $\frac{1}{a^2}$; $\frac{5z^3}{2} + 3x$; ... sont des expressions littérales.

Alléger l'écriture d'expressions littérales

Remarque

Des conventions d'écriture, des propriétés et des définitions permettent d'alléger les écritures des expressions littérales.

On peut supprimer le signe de la multiplication entre :

- Un nombre et une lettre lorsque le nombre est devant la lettre.
 - Exemple : $3 \cdot a = 3a$
- Un nombre et une parenthèse lorsque le nombre est devant la parenthèse.
 - Exemple : $2 \cdot (c + d) = 2(c + d)$
- Une lettre et une parenthèse lorsque la lettre est devant la parenthèse.
 - Exemple : $f \cdot (2 + g) = f(2 + g)$

Il y a également quelques propriétés et définitions à connaître :

$$1 \cdot a = a$$

$$0 \cdot a = 0$$

$$(-1) \cdot a = -a$$

Exercice 1 :

Allège ces expressions littérales.

a) $x \cdot y =$

b) $5 \cdot m =$

c) $2 - 5 \cdot a =$

d) $4 \cdot b + 6 \cdot a =$

e) $3 \cdot (d - 4) + 5 \cdot p =$

f) $(-1) \cdot c + 0 \cdot t =$

Exercice 2 :

FA73 Ecriture simplifiée

Associe chaque expression à sa forme réduite et simplifiée.

$5 \cdot x$	•	•	$3x$
$x + x + x$	•	•	$3x + 2y$
$x \cdot x \cdot x$	•	•	a
$3 \cdot y + 2 + 5 \cdot y + 7$	•	•	$12y$
$1 \cdot a + 0 \cdot b$	•	•	x^3
$3 \cdot x + 2 \cdot y$	•	•	$8y + 9$
$6 \cdot y \cdot 2$	•	•	$14z$
$z \cdot 14$	•	•	$5x$

Trouver la valeur numérique d'une expression littérale

Exemple :

Calculer la valeur de l'expression $5x - 2x^2 + 5 - 4x$ pour $x = 3$

Dans un premier temps, il faut remplacer x par **3** dans l'expression littérale.

$$5 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 + 5 - 4 \cdot 3$$

Puis effectuer les calculs.

$$= 15 - 2 \cdot 9 + 5 - 12$$

$$= 15 - 18 + 5 - 12$$

$$= -10$$

Exercice 3 :

FA69 Quelle valeur ?

Calcule la valeur numérique des expressions suivantes si $y = 3,5$

a) $5 \cdot y$

c) $y \cdot 3 + 4$

e) $3 \cdot y + 4 \cdot y$

b) $4 + 3 \cdot y$

d) $(3 + 4) \cdot y$

f) y^2

Traduction d'une expression française en écriture littérale

Rappel

1. La somme est le résultat de l'addition.
2. La différence est le résultat de la soustraction.
3. Le produit est le résultat de la multiplication.
4. Le quotient est le résultat de la division.

Exemples :

a) Je choisis un nombre a , je lui ajoute 9, puis je multiplie le résultat par 3

$$(a + 9) \cdot 3$$

b) La somme du produit de 10 par 4 et x

$$10 \cdot 4 + x$$

Exercice 4 :

FA66 Du français aux mathématiques

Complète les cases du tableau en t'inspirant de l'exemple.

	Langage usuel	La lettre	correspond à ...	Expression littérale
a)	le nombre augmenté de 5	n	le nombre	$n + 5$
b)	le double de l'âge			
c)	le tiers du prix			
d)	le quart de la somme d'argent augmenté de Fr. 4.-			
e)	on ajoute 7 à un nombre			
f)	la masse diminuée de 12 kg			
g)	les neuf dixièmes du bénéfice			
h)	le triple de la longueur diminué de 1 m			
i)	l'âge de Paul, il y a 30 ans			

Exercice 5 :

FA67 Encore des traductions

Traduis chaque phrase à l'aide d'une expression littérale.

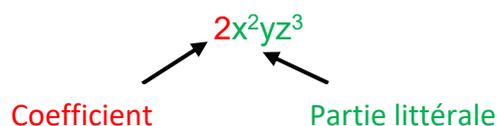
- Le produit de 13 par x .
- La somme de y et de 11.
- Le produit de 7 par la somme de 12 et de z .
- La somme du produit de 10 par c et de 9.

Monôme

Définitions

- Un monôme est une expression littérale qui est égale au produit d'un nombre réel par une ou des lettres dont le ou les exposants sont des entiers naturels.
- Le nombre est appelé coefficient du monôme.
- Le produit des lettres est appelé partie littérale du monôme.
- Le degré d'un monôme est égal à la somme des exposants de sa partie littérale.

Exemple :



Le **degré** de ce monôme est la somme des exposants de sa partie littérale, à savoir $2 + 1 + 3 = 6$; en effet $2x^2yz^3 = 2x^2y^1z^3$

Monôme	$-5a^2b$	$3m^4$	2	w	$\frac{x^3}{2}$
Coefficient	-5	3	2	1 (car $w = 1w$)	$\frac{1}{2}$ Car $\frac{x^3}{2} = \frac{1}{2}x^3$
Partie littérale	a^2b	m^4	Par exemple x^0 car $2 = 2x^0$	w	x^3
Degré	$2 + 1 = 3$	4	0	1	3

Exercice 6 :

Complète le tableau ci-dessous

Monôme	$-b^2m^4w$	$7t^6$	-5	d	$\frac{2p^2q}{5}$
Coefficient					
Partie littérale					
Degré					

Multiplication de monômes

Définition

Pour multiplier deux monômes, on multiplie leurs coefficients entre eux et leurs parties littérales entre elles

Exemples :

$$3a \cdot 6b^2 = 3 \cdot a \cdot 6 \cdot b^2 = 3 \cdot 6 \cdot a \cdot b^2 = 18ab^2$$

$$5x^2 \cdot 4x^3 = 5 \cdot x^2 \cdot 4 \cdot x^3 = 5 \cdot 4 \cdot x^2 \cdot x^3 = 20x^5$$

$$-5x^2yz^3 \cdot 2xy^3z^4 = -5 \cdot x^2 \cdot y \cdot z^3 \cdot 2 \cdot x \cdot y^3 \cdot z^4 = -5 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^3 \cdot z^3 \cdot z^4 = -10x^3y^4z^7$$

Exercice 7 :

Écris ces expressions littérales sous forme réduite.

a) $5b \cdot 4 =$

b) $6x \cdot x =$

c) $4y^2 \cdot 2y =$

d) $-3z^3 \cdot 2z^2 =$

e) $2u \cdot 5v \cdot 7w =$

f) $5m^2n^3 \cdot 3mn^4 =$

g) $3 \cdot 2a \cdot (-6ab) =$

h) $d \cdot 4e^2 \cdot 2 =$

i) $-2 \cdot 5 \cdot 3b =$

j) $-7r^2s^5t \cdot (-2rs^2t^6u^2) =$

Monômes semblables

Définition

Deux monômes sont semblables s'ils ont la même partie littérale

Exemple :

$4a^2y$ et $-5a^2y$ sont des monômes semblables, car ils ont la même partie littérale : a^2y

Attention $3x^2$ et $2x$ ne sont pas des monômes semblables, car ils n'ont pas la même partie littérale : x^2 n'étant pas la même partie littérale que x .

Exercice 8 :

Associe les monômes semblables

$3x$	$5y$	$8y^2$	$-5x$	xy^2	$\frac{x}{5}$	$-x^3$
$-2x^2y$	$\frac{x^3}{3}$	$\frac{1}{4}y$	$0,5x^2y$	$0,5y^2$	x^2y^2	$-y$

Addition ou soustraction de monômes semblables

Règle

Pour additionner (ou soustraire) deux monômes semblables :

- On additionne (ou soustrait) leurs coefficients.
- On conserve la partie littérale

Exemples :

$$3a + 4a = (3+4) a = 7a$$

$$5a^2b + 8a^2b = (5+8) a^2b = 13a^2b$$

$$6xy - 9xy = (6-9) xy = -3xy$$



La somme de $3x + 3x^2$ ne peut pas être réduite, car les monômes $3x$ et $3x^2$ ne sont pas des monômes semblables.

$$7x + 3x - 4a = (7+3) x - 4a = 10x - 4a$$

Exercice 9 :

Réduis les termes semblables.

$$1) 2a - 3b + 4a + 7b =$$

$$2) 3c - 2c + 5a =$$

$$3) 5b + 2ab - 3ac + ab - 7b =$$

$$4) 8ab - 2a - 7a - a + ab =$$

$$5) -140ay - 40 ay =$$

$$6) 32ax^2 - x^2 =$$

$$7) -8x^2y^3 + 2x^3y^2 + 4x^2y^3 - 5x^3y =$$

$$8) 6a^2b^2 - 5a^2b^2 + 3a^2b^2 - 6ab^2 =$$

Exercice 10 :

Effectue et réduis si possible

$$1) 3 \cdot 2x - 5y \cdot 2 + 4x - 7 \cdot 2y =$$

$$2) -2ab \cdot 3 + 4b \cdot 2a - 7b =$$

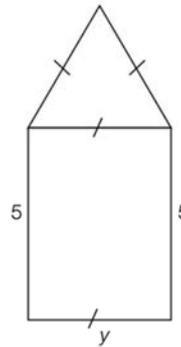
$$3) 7x \cdot 2y \cdot x - 3x^2y + 2x =$$

$$4) 2a - 3b + 4a \cdot 2 \cdot b =$$

Exercice 11 :

FA77 La maison du y

Exprime l'aire et le périmètre de la figure le plus simplement possible si la hauteur du triangle est égale à 4.



Exercice 12 :

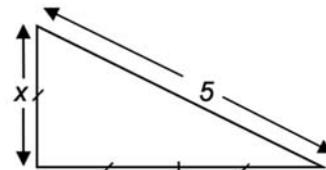
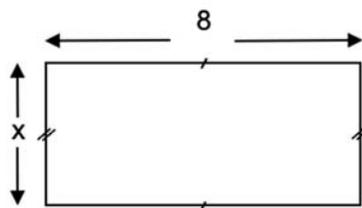
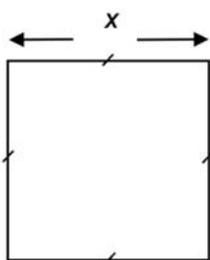
FA81 Boîtes

Denis possède trois boîtes dans lesquelles il range différents objets. La première contient n objets. La deuxième en contient dix de plus et la troisième le double de la première.

- Ecris en fonction de n le nombre d'objets que contient chaque boîte.
- Ecris en fonction de n le nombre total d'objets contenus dans les boîtes.
- Si la première boîte contient huit objets, combien y a-t-il d'objets en tout ?

Exercice 13 :

Écris une formule pour calculer le périmètre puis l'aire de chacune des figures ci-dessous.



FA Calcul littéral– corrigés

Alléger l'écriture d'expressions littérales

Exercice 1 :

Allège ces expressions littérales.

a) $x \cdot y = xy$

b) $5 \cdot m = 5m$

c) $2 - 5 \cdot a = 2 - 5a$

d) $4 \cdot b + 6 \cdot a = 4b + 6a$

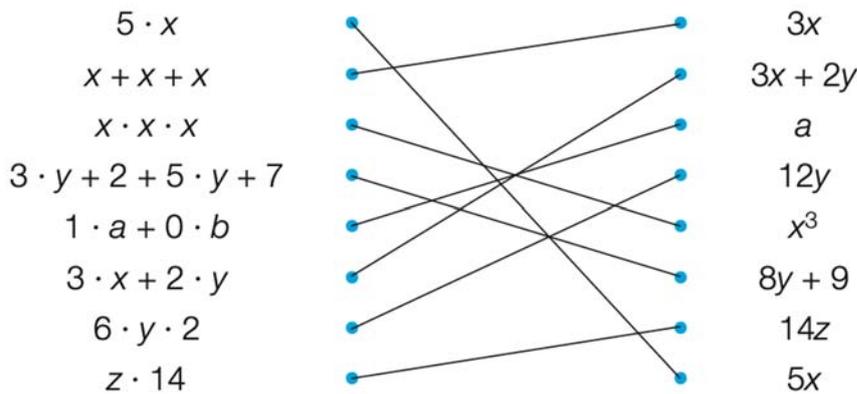
e) $3 \cdot (d - 4) + 5 \cdot p = 3(d - 4) + 5p$

f) $(-1) \cdot c + 0 \cdot t = -c$

Exercice 2 :

FA73 Ecriture simplifiée

Associe chaque expression à sa forme réduite et simplifiée.



Trouver la valeur numérique d'une expression littérale

Exercice 3 :

FA69 Quelle valeur ?

Calcule la valeur numérique des expressions suivantes si $y = 3,5$

a) $5 \cdot 3,5 = 17,5$

b) $4 + 3 \cdot 3,5 = 14,5$

c) $3,5 \cdot 3 + 4 = 14,5$

d) $(3 + 4) \cdot 3,5 = 24,5$

e) $3 \cdot 3,5 + 4 \cdot 3,5 = 24,5$

f) $3,5^2 = 12,25$

Traduction d'une expression française en écriture littérale

Exercice 4 :

FA66 Du français aux mathématiques

Complète les cases du tableau en t'inspirant de l'exemple.

Langage usuel	La lettre	Correspond à ...	Expression littérale
Le nombre augmenté de 5	n	Le nombre	$n + 5$
Le double de l'âge	a	L'âge	$2a$
Le tiers du prix	p	Le prix	$\frac{1}{3}p (= \frac{p}{3})$
Le quart de la somme d'argent augmenté de 4 frs	a	L'argent	$\frac{1}{4}a + 4 (= \frac{a}{4} + 4)$
On ajoute 7 à un nombre	n	Un nombre	$n + 7$
La masse diminuée de 12 kg	m	La masse	$m - 12$
Les neuf dixièmes du bénéfice	b	Le bénéfice	$\frac{9}{10}b (= \frac{9b}{10})$
Le triple de la longueur diminué de 1	l	La longueur	$3l - 1$
L'âge de Paul, il y a 30 ans	a	L'âge	$a - 30$

Exercice 5 :

FA67 Encore des traductions

Traduis chaque phrase à l'aide d'une expression littérale.

- Le produit de 13 par x
 $13x$
- La somme de y et de 11
 $y + 11$
- Le produit de 7 par la somme de 12 et de z
 $7(12 + z)$
- La somme du produit de 10 par c et de 9
 $10c + 9$

Monôme

Exercice 6 :

Complète le tableau ci-dessous

Monôme	$-b^2m^4w$	$7t^6$	-5	d	$\frac{2p^2q}{5}$
Coefficient	-1	7	-5	1	$\frac{2}{5}$
Partie littérale	b^2m^4w	t^6	Par exemple x^0 car $2 = 2x^0$	d	p^2q
Degré	7	6	0	1	3

Multiplication de monômes

Exercice 7 :

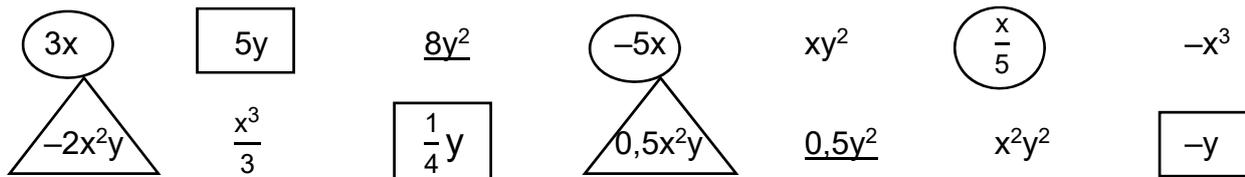
Écris ces expressions littérales sous forme réduite.

- a) $5b \cdot 4 = (5 \cdot 4) b = 20b$ f) $5m^2n^3 \cdot 3mn^4 = (3 \cdot 5) m^2mn^3n^4 = 15m^3n^7$
 b) $6x \cdot x = 6x^2$ g) $3 \cdot 2a \cdot (-6ab) = (3 \cdot 2 \cdot (-6)) aab = -36a^2b$
 c) $4y^2 \cdot 2y = (4 \cdot 2) y^2y = 8y^3$ h) $d \cdot 4e^2 \cdot 2 = (4 \cdot 2) de^2 = 8de^2$
 d) $-3z^3 \cdot 2z^2 = (-3 \cdot 2) z^5 = -6z^5$ i) $-2 \cdot 5 \cdot 3b = (-2 \cdot 5 \cdot 3) b = -30b$
 e) $2u \cdot 5v \cdot 7w = (2 \cdot 5 \cdot 7) uvw = 70uvw$ j) $-7r^2s^5t \cdot (-2rs^2t^6u^2) = 14 r^3s^7t^7u^2$

Monômes semblables

Exercice 8 :

Associe les monômes semblables



Addition ou soustraction de monômes semblables

Exercice 9 :

Réduis les termes semblables

- $2a - 3b + 4a + 7b = (2a + 4a) + (-3b + 7b) = 6a + 4b$
- $3c - 2c + 5a = (3c - 2c) + 5a = c + 5a$
- $5b + 2ab - 3ac + ab - 7b = (5b - 7b) + (2ab + ab) - 3ac = -2b + 3ab - 3ac$
- $8ab - 2a - 7a - a + ab = (8ab + ab) + (-2a - 7a - a) = 9ab - 10a$
- $-140ay - 40ay = -180ay$
- $32ax^2 - x^2 = 32ax^2 - x^2$
- $-8x^2y^3 + 2x^3y^2 + 4x^2y^3 - 5x^3y = (-8x^2y^3 + 4x^2y^3) + 2x^3y^2 - 5x^3y = -4x^2y^3 + 2x^3y^2 - 5x^3y$
- $6a^2b^2 - 5a^2b^2 + 3a^2b^2 - 6ab^2 = (6a^2b^2 - 5a^2b^2 + 3a^2b^2) - 6ab^2 = 4a^2b^2 - 6ab^2$

Exercice 10 :

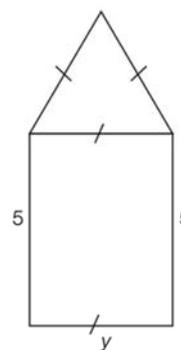
Effectue et réduis si possible

- $3 \cdot 2x - 5y \cdot 2 + 4x - 7 \cdot 2y = 6x - 10y + 4x - 14y = 10x - 24y$
- $-2ab \cdot 3 + 4b \cdot 2a - 7b = -6ab + 8ab - 7b = 2ab - 7b$
- $7x \cdot 2y \cdot x - 3x^2y + 2x = 14x^2y - 3x^2y + 2x = 11x^2y + 2x$
- $2a - 3b + 4a \cdot 2 \cdot b = 2a - 3b + 8ab$

Exercice 11 :

FA77 La maison du y

Exprime l'aire et le périmètre de la figure le plus simplement possible si la hauteur du triangle est égale à 4.



$$\text{Aire du rectangle} = L \cdot l = 5 \cdot y = 5y$$

$$\text{Aire du triangle} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{y \cdot 4}{2} = 2y$$

$$\text{Aire de la figure} = \text{Aire du rectangle} + \text{Aire du triangle} = 5y + 2y = 7y$$

L'aire est de $7y$

$$\text{Périmètre de la figure} = y + 5 + y + y + 5 = 3y + 10$$

Le périmètre est de $3y + 10$

Exercice 12 :

FA81 Boîtes

Denis possède trois boîtes dans lesquelles il range différents objets. La première contient n objets. La deuxième en contient dix de plus et la troisième le double de la première.

a) Écris en fonction de n le nombre d'objets que contient chaque boîte.

Première boîte : n

Deuxième boîte : $n + 10$

Troisième boîte : $2n$

b) Écris en fonction de n le nombre total d'objets contenus dans les boîtes.

$$n + n + 10 + 2n = 4n + 10$$

c) Si la première boîte contient huit objets, combien y a-t-il d'objets en tout ?

Première boîte = 8

Deuxième boîte = $8 + 10 = 18$

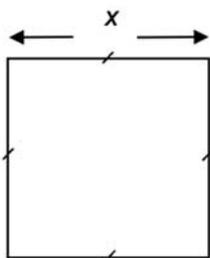
Troisième boîte = $2 \cdot 8 = 16$

$$\text{Nombre total d'objets} = 8 + 18 + 16 = 42$$

$$\text{OU} \quad 4n + 10 = 4 \cdot 8 + 10 = 42 \text{ objets}$$

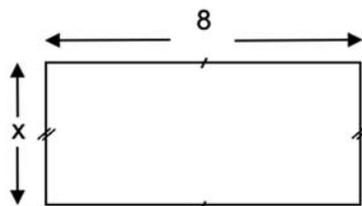
Exercice 13 :

Écris une formule pour calculer le périmètre puis l'aire de chacune figures ci-dessous.



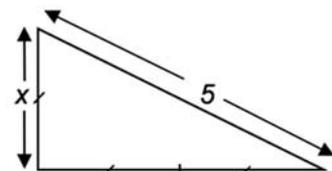
$$\text{Aire} = x^2$$

$$\text{Périmètre} = 4x$$



$$\text{Aire} = 8x$$

$$\text{Périmètre} = 2x + 16$$



$$\text{Aire} = \frac{x \cdot 2x}{2} = \frac{2x^2}{2} = x^2$$

$$\text{Périmètre} = 5 + 2x + x = 5 + 3x$$

Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/m3K1yeE4PMk>

