

FA Multiplication de polynômes

Objectifs :

- Être capable de multiplier un polynôme par un monôme
- Être capable de multiplier un polynôme par un autre polynôme
- Être capable d'utiliser la multiplication de polynômes dans la résolution de problèmes

Pour commencer, prends connaissance des éléments théoriques concernant l'addition et la soustraction de polynômes en page 72 de ton Aide-mémoire.

Des compléments ainsi que des exercices te seront proposés tout au long des pages à venir. Les corrigés des exercices, parfois accompagnés d'explications vidéo, se trouvent à la fin du document (pages 7 à 10).

Multiplication de polynômes

Propriété 1

Pour multiplier un monôme par un polynôme, on distribue ce monôme sur chacun des termes du polynôme.

$$\text{Exemples : } 3a \cdot (b - c) = 3a \cdot b - 3a \cdot c = 3ab - 3ac$$

$$\begin{aligned} -4x \cdot (ab - cd + x) &= (-4x) \cdot ab - (-4x) \cdot cd + (-4x) \cdot x \\ &= -4abx + 4cdx - 4x^2 \end{aligned}$$

Propriété 2

Pour multiplier un polynôme par un polynôme, on multiplie chaque terme du premier par chaque terme du second puis on réduit la somme obtenue lorsque c'est possible.

Exemple :

$$\begin{aligned} (z - 4) \cdot (3x - 2z - 5) &= z \cdot 3x + z \cdot (-2z) - z \cdot 5 + (-4) \cdot 3x - (-4) \cdot 2z - (-4) \cdot 5 \\ &= z \cdot 3x - 2z \cdot z - z \cdot 5 - 4 \cdot 3x + 4 \cdot 2z + 4 \cdot 5 \\ &= 3xz - 2z^2 - 5z - 12x + 8z + 20 \\ &= 3xz - 2z^2 + 3z - 12x + 20 \end{aligned}$$

Conséquence

Quels que soient les monômes a , b , c , d ,

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Cette égalité est appelée **double distributivité**.

Remarque

En page 67 de ton Aide-mémoire, tu trouveras les conventions pour alléger l'écriture des expressions littérales. Nous les utiliserons dans les pages à venir.

Multiplication d'un polynôme par un monôme

Exercice 1 :

$$3(a + b) =$$

$$-8(2x + 3c) =$$

$$4x(a + 2) =$$

$$-2y(4a + 3b) =$$

$$5x(3x - 4c) =$$

$$-6ab(2a - 3b + 4c) =$$

$$\frac{1}{4}a(2a - 8b) =$$

Multiplication d'un polynôme par un polynôme

Exercice 2 :

$$(x + 2)(y + 3) =$$

$$(x - 4)(y - 8) =$$

$$(2x - b)(2b - x) =$$

$$(x^2 + 2)(x + 3) =$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)(2x - 4) =$$

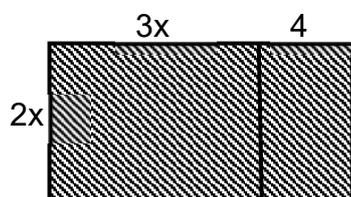
$$(3a - b)(3a - 2b + c) =$$

$$(3x^2 - 4)(2x^3 - 8) =$$

Problèmes d'application

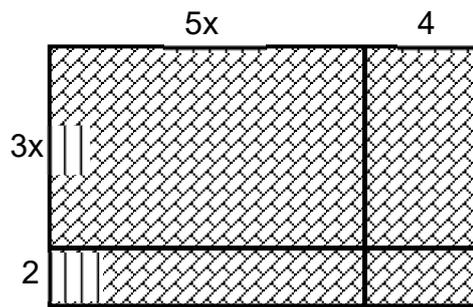
Exercice 3 :

Calcule l'aire de la figure grisée ci-dessous.



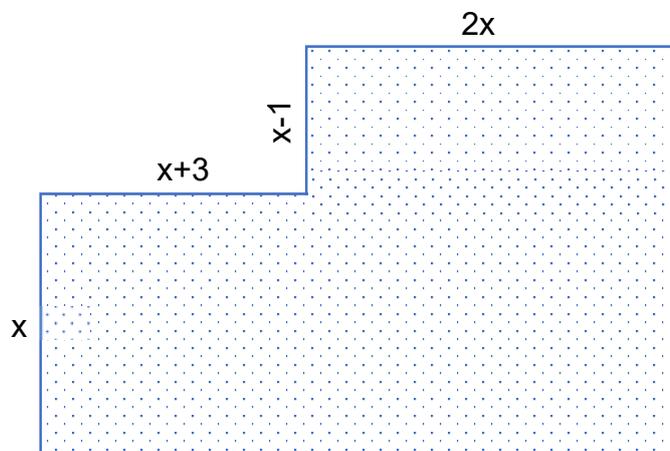
Exercice 4 :

Calcule l'aire de la figure grisée ci-dessous.



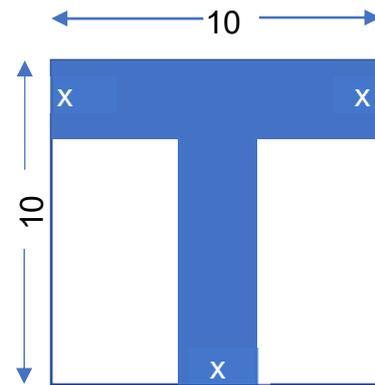
Exercice 5 :

Quelle est l'aire du terrain ci-contre ?



Exercice 6 :

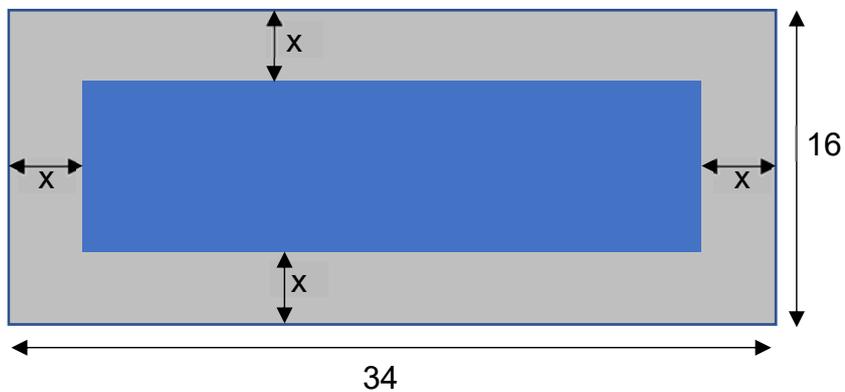
Calcule l'aire du T dont tu vois le croquis ci-contre.



Exercice 7 :

Une piscine est entourée d'une bande herbeuse comme on peut le voir sur le croquis ci-dessous.

Quelle est l'aire de la bâche qui recouvre le bassin lorsque la piscine n'est pas utilisée ?



FA Multiplication de polynômes - corrigés

Multiplication d'un polynôme par un monôme

Exercice 1 :

$$3(a + b) = 3a + 3b$$

$$-8(2x + 3c) = -16x - 24c$$

$$4x(a + 2) = 4ax + 8x$$

$$-2y(4a + 3b) = -8ay - 6by$$

$$5x(3x - 4c) = 15x^2 - 20cx$$

$$-6ab(2a - 3b + 4c) = -12a^2b + 18ab^2 - 24abc$$

$$\frac{1}{4}a(2a - 8b) = \frac{1}{2}a^2 - 2ab$$

Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/-R3AZUxWnaE>



Multiplication d'un polynôme par un polynôme

Exercice 2 :

$$(x + 2)(y + 3) = xy + 3x + 2y + 6$$

$$(x - 4)(y - 8) = xy - 8x - 4y + 32$$

$$(2x - b)(2b - x) = 4bx - 2x^2 - 2b^2 + bx = 5bx - 2x^2 - 2b^2$$

$$(x^2 + 2)(x + 3) = x^3 + 3x^2 + 2x + 6$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)(2x - 4) = 2x^2 - 4x + x - 2 = 2x^2 - 3x - 2$$

$$\begin{aligned}(3a - b)(3a - 2b + c) &= 9a^2 - 6ab + 3ac - 3ab + 2b^2 - bc \\ &= 9a^2 - 9ab + 3ac + 2b^2 - bc\end{aligned}$$

$$(3x^2 - 4)(2x^3 - 8) = 6x^5 - 24x^2 - 8x^3 + 32$$

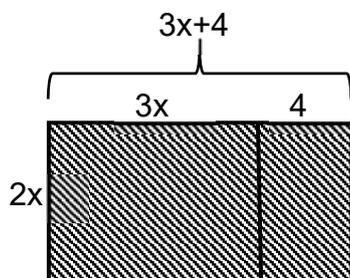
Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/YUI8WQ1YAF0>



Problèmes d'application

Exercice 3 :

Calcule l'aire de la figure grisée ci-dessous.



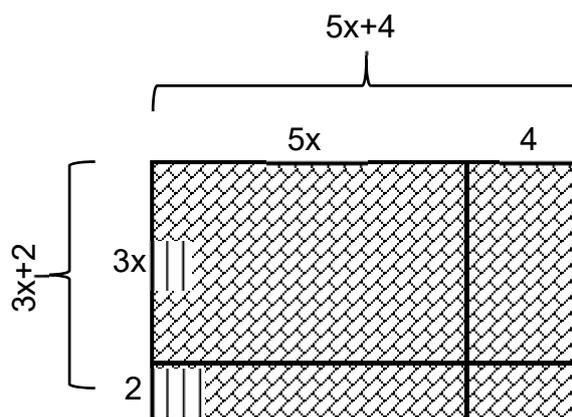
$$\text{Aire de la figure grisée} = 2x \cdot (3x + 4) = 6x^2 + 8x$$

Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/8FjtThHqEUU>



Exercice 4 :

Calcule l'aire de la figure grisée ci-dessous.



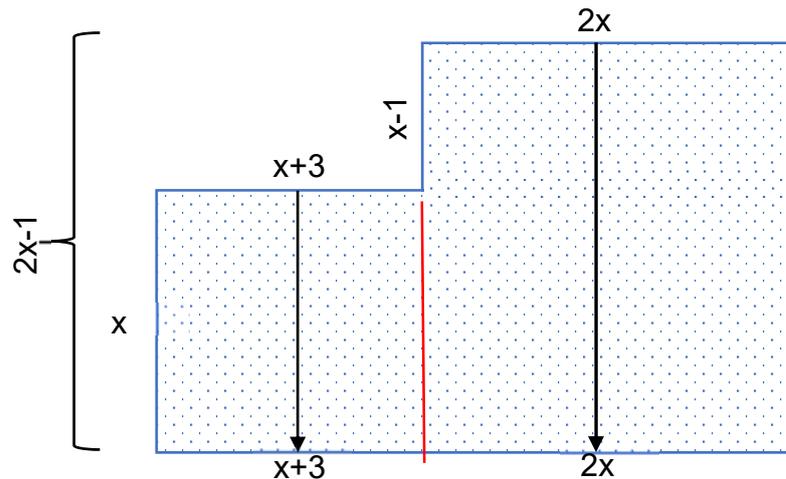
$$\begin{aligned} \text{Aire de la figure grisée} &= (5x + 4) \cdot (3x + 2) = 15x^2 + 10x + 12x + 8 \\ &= 15x^2 + 22x + 8 \end{aligned}$$

Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/pqQex5Y73Jo>



Exercice 5 :

Quelle est la superficie du terrain ci-contre ?



Proposition 1 :

On va découper notre terrain en deux rectangles : un petit, de longueur $(x+3)$ et de largeur x dont l'aire vaudra $x(x+3) = x^2 + 3x$, et un grand de longueur $2x$ et de largeur $(2x-1)$ dont l'aire vaudra $2x(2x-1) = 4x^2 - 2x$.

$$\text{L'aire du terrain} = (x^2 + 3x) + (4x^2 - 2x) = x^2 + 3x + 4x^2 - 2x = 5x^2 + x$$

Proposition 2 :

On peut calculer l'aire du terrain en calculant l'aire du grand rectangle de longueur $(x+3)+2x$ et de largeur $(2x-1)$ et en soustrayant le rectangle de longueur $(x+3)$ et de largeur $(x-1)$:

$$\text{Longueur du terrain} = (x+3) + 2x = x + 3 + 2x = 3x + 3$$

$$\text{Largeur du terrain} = x - 1 + x = 2x - 1$$

$$\begin{aligned} \text{Aire du terrain} &= (3x+3) \cdot (2x-1) - (x+3) \cdot (x-1) \\ &= 6x^2 - 3x + 6x - 3 - (x^2 - x + 3x - 3) \\ &= 6x^2 - 3x + 6x - 3 - x^2 + x - 3x + 3 \\ &= 5x^2 + x \end{aligned}$$

Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/1ahg6byKzRw>



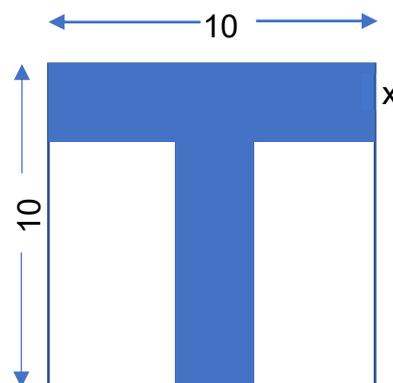
Exercice 6 :

Calcule l'aire du T dont tu vois le croquis ci-contre.

Aire de la barre horizontale = $10 \cdot x = 10x$

Aire de la barre verticale = $(10 - x) \cdot x = 10x - x^2$

Aire des 2 barres = $10x + 10x - x^2 = 20x - x^2$

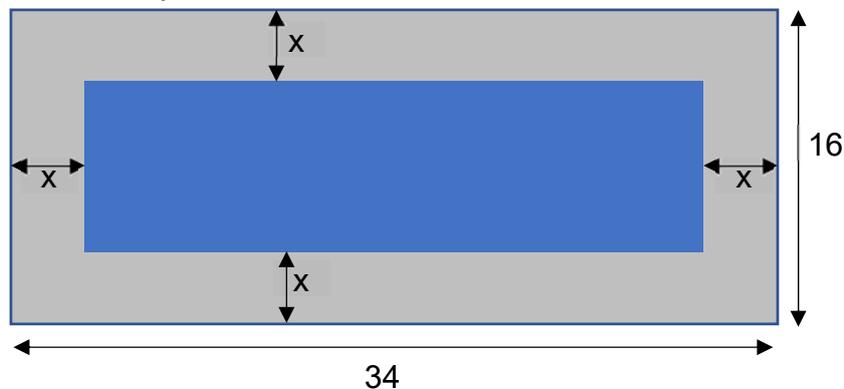


Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/zmOJOH5Ht6M>



Exercice 7 :

Une piscine est entourée d'une bande herbeuse de x m de large comme on peut le voir sur le dessin ci-dessous. Quelle est l'aire de la bâche qui recouvre le bassin lorsque la piscine n'est pas utilisée ?



Longueur du bassin = $(34 - 2x)$

Largeur du bassin = $(16 - 2x)$

Aire de la bâche = $(34 - 2x) \cdot (16 - 2x) = 544 - 68x - 32x + 4x^2 = 4x^2 - 100x + 544$

Explications vidéo, clique ici : <https://youtu.be/vXsQGCLusIk>

