

ES Les polygones réguliers

Objectifs :

- Utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique à ce thème
- Être capable de construire un polygone régulier
- Être capable de calculer différents angles liés aux polygones réguliers

Avant de lire ce document, prends connaissance des éléments théoriques concernant les polygones réguliers aux pages 110 à 114 de ton Aide-mémoire.

Des compléments ainsi que des exercices te seront proposés tout au long des pages à venir. Les corrigés des exercices, parfois accompagnés d'explications vidéo, se trouvent à la fin du document (pages 7 à 9).

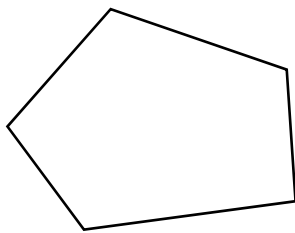
Théorie

Définition 1

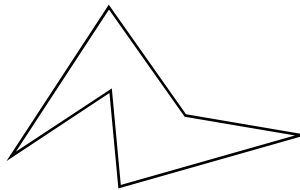
Un **polygone** est une figure plane limitée uniquement par des segments.

Il est composé au minimum de 3 côtés.

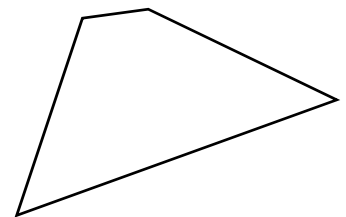
Exemples de polygones :



Un pentagone



Un hexagone



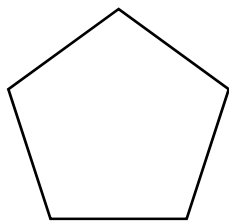
Un quadrilatère

Définition 2

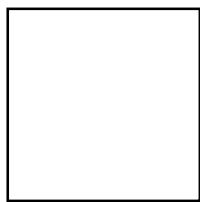
Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés et tous les angles sont isométriques.

Si l'une des deux conditions manque, alors le polygone n'est pas régulier.

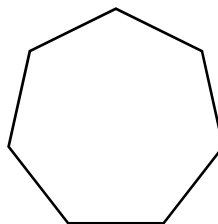
Exemples de polygones réguliers : un triangle équilatéral, un carré, un pentagone régulier, etc...



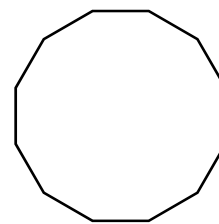
Un pentagone régulier



Un carré

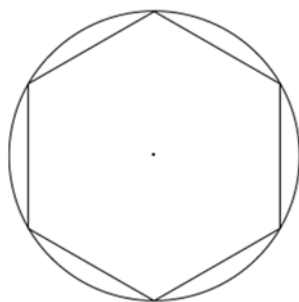


Un heptagone régulier

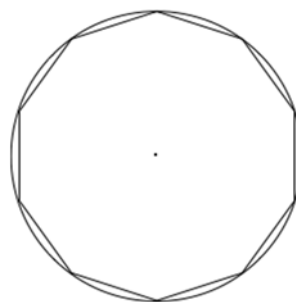


Un dodécagone régulier

Note que tous les polygones réguliers peuvent être inscrits dans un cercle.



Un hexagone régulier



Un décagone régulier

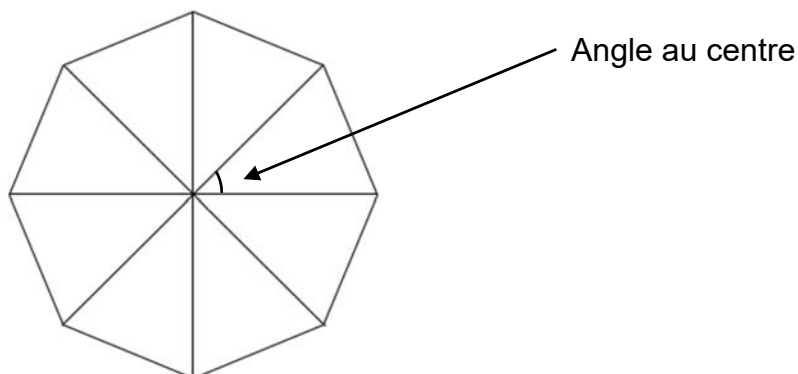
À la page 112 de ton Aide-mémoire, tu trouveras la liste des polygones réguliers ainsi que leurs noms jusqu'à 12 côtés.

Angle au centre et angle intérieur d'un polygone régulier

Définition 3

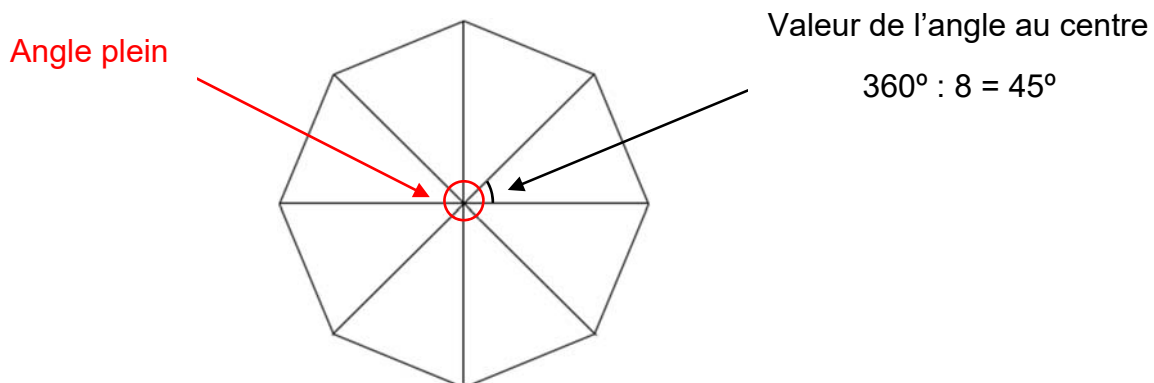
L'**angle au centre** d'un polygone régulier est l'angle dont le sommet est le centre du polygone et dont les côtés passent par deux sommets consécutifs du polygone.

Exemple avec un octogone régulier :



L'angle au centre d'un octogone régulier vaut donc 45° .

Pour trouver cette valeur, on considère un angle plein (360°) qu'on divise par le nombre d'angles au centre ou le nombre de côtés du polygone régulier (dans notre exemple, 8, vu qu'il s'agit d'un octogone).



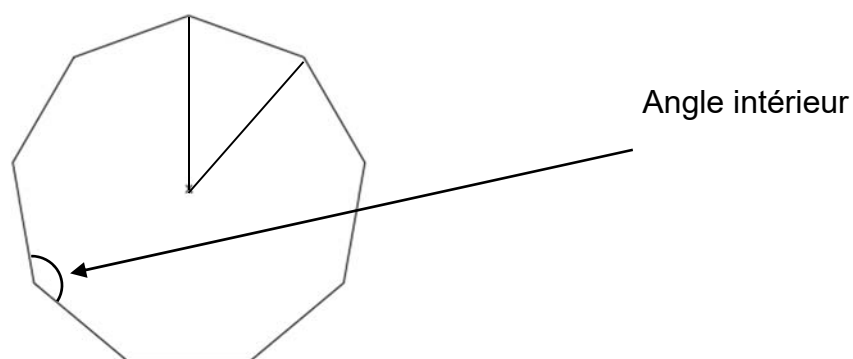
Tu peux également noter qu'un octogone régulier est composé de 8 triangles isocèles. D'ailleurs, tous les polygones réguliers sont composés de triangles isocèles :

Cas particulier : L'hexagone régulier est composé de 6 triangles équilatéraux.

Définition 4

L'angle intérieur d'un polygone régulier est l'angle limité par deux côtés consécutifs du polygone.

Exemple avec un enneagone régulier (9 côtés) :



L'angle intérieur d'un enneagone régulier vaut 140° .

Plus d'explications détaillées pour calculer l'angle au centre et l'angle intérieur d'un polygone régulier se trouvent sur la page suivante.

Calculs de l'angle au centre et de l'angle intérieur d'un polygone régulier

Il existe une formule pour **calculer l'angle au centre** d'un polygone régulier.

Il suffit de diviser 360° par le nombre de côtés (n) du polygone régulier.

$$\text{Valeur de l'angle au centre} = \frac{360^\circ}{n}$$

Il existe également une formule pour **calculer l'angle intérieur** d'un polygone régulier.

$$\text{Valeur de l'angle intérieur} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

Comme un polygone régulier est composé de triangles isocèles et que la somme des angles d'un triangle est de 180° , il suffit de soustraire l'angle au centre à 180° pour trouver la valeur de l'angle intérieur.

Des explications visuelles se trouvent en cliquant sur ce lien :

<https://youtu.be/o0SEezF458k>



Tu pourras suivre la démarche pour calculer ces 2 angles pour un enneagone. Cette méthode de calculs reste valable pour tous les autres polygones réguliers.

Construction d'un polygone régulier avec règle, rapporteur et compas

Tous les polygones réguliers peuvent se construire de manière très précise à l'aide des outils de géométrie. La méthode est expliquée dans l'Aide-Mémoire aux pages 113 et 114.

Tu pourras visualiser la construction d'un pentagone régulier à partir d'un cercle et d'un rayon donnés en cliquant sur ce lien : <https://youtu.be/aUmJnkHbFU4>



Cette méthode de construction est valable pour tous les autres polygones réguliers.

Exercice 1 :

Cite les noms de tous les polygones réguliers ayant de 3 à 12 côtés.

Exercice 2 :

Construis un heptagone inscrit dans un cercle de 4 cm de rayon.

Exercice 3 :

Calcule l'**angle au centre** et l'**angle intérieur** d'un polygone régulier à 17 côtés.

Exercice 4 :

Construis un pentagone régulier de 3 cm de côté.

Exercice 5 :

ES15 Dédutions

Dans un pentagone régulier $ABCDE$ inscrit dans un cercle de centre O , calcule les angles \widehat{BAC} et \widehat{BAO} .

ES Les polygones réguliers – corrigés

Exercices et problèmes d'application

Exercice 1 :

Cite les noms de tous les polygones réguliers ayant de 3 à 12 côtés.

3 côtés : Triangle équilatéral 7 côtés : Heptagone 11 côtés : Hendécagone

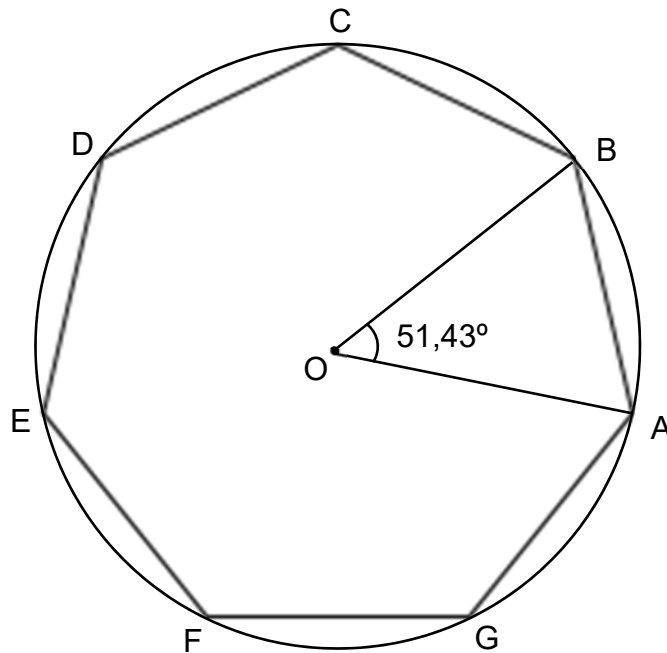
4 côtés : Carré 8 côtés : Octogone 12 côtés : Dodécagone

5 côtés : Pentagone 9 côtés : Ennéagone

6 côtés : Hexagone 10 côtés : Décagone

Exercice 2 :

Construis un heptagone inscrit dans un cercle de 4 cm de rayon.



1^{ère} étape : Je trace un cercle de centre O et de 4 cm de rayon.

2^{ème} étape : Je trace le rayon OA.

3^{ème} étape : Je calcule l'angle au centre AOB en utilisant la formule. $360 : 7 \cong 51,43^\circ$.

4^{ème} étape : Avec un rapporteur, je construis cet angle au centre.

5^{ème} étape : A l'aide d'un compas, je mesure la distance entre le point A et le point B.

6^{ème} étape : Je reporte cette distance tout autour du cercle pour créer les points C, D, E, F et G.

7^{ème} étape : Je relie ces 7 points. Mon heptagone est terminé.

Exercice 3 :

Calcule l'**angle au centre** et l'**angle intérieur** d'un polygone régulier à 17 côtés.

J'utilise les 2 formules à disposition pour effectuer ces 2 calculs.

Calcul de l'angle au centre : $360^\circ : 17 \cong 21,18^\circ$

Calcul de l'angle intérieur : $180^\circ - \text{l'angle au centre} = 180^\circ - 21,18^\circ \cong 158,82^\circ$

Exercice 4 :

Construis un pentagone régulier de 3 cm de côté.

1^{ère} étape : Je construis le côté AB de 3 cm de longueur.

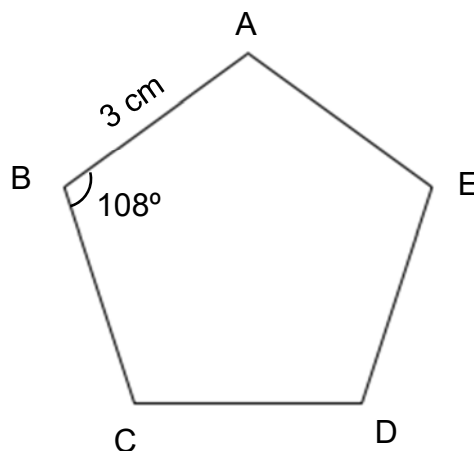
2^{ème} étape : Je calcule l'angle intérieur à l'aide de la formule.

$$\text{Angle intérieur} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = 108^\circ$$

3^{ème} étape : Je construis l'angle ABC de 108° avec le côté BC de 3 cm de longueur.

4^{ème} étape : Je reproduis la même construction d'angles intérieurs pour les angles BCD, CDE et de longueur 3 cm pour les côtés CD et DE. Je relie E à A pour terminer la construction de mon pentagone.

Remarque : D'autres possibilités de construction existent.

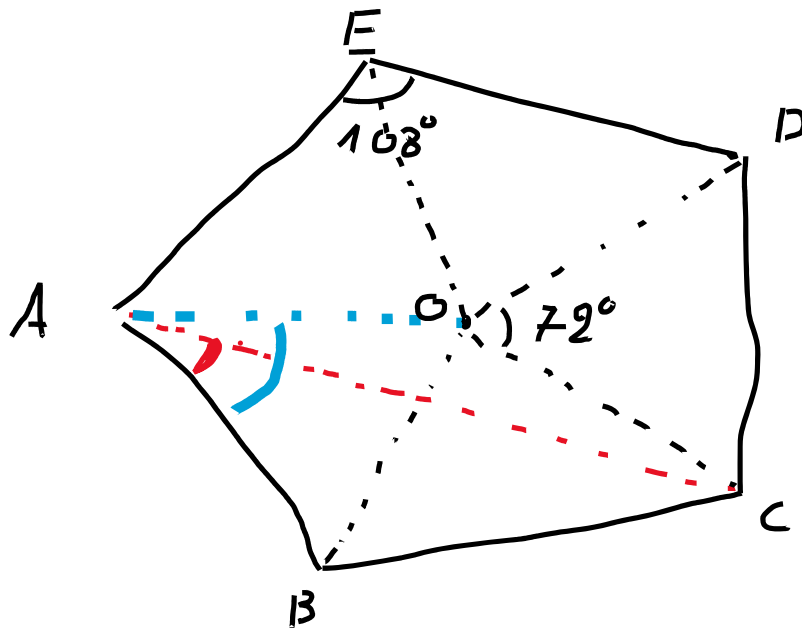


Exercice 5 :

ES15 Dédutions

Dans un pentagone régulier $ABCDE$ inscrit dans un cercle de centre O , calcule les angles \widehat{BAC} et \widehat{BAO} .

Je fais un croquis de la situation. Le cercle passe par les 5 sommets du pentagone.



Je calcule l'angle au centre et l'angle intérieur :

Angle au centre = 72°

Angle intérieur = 108°

Calcul de l'angle BAC (en rouge) :

Le triangle ABC est isocèle parce que $AB = BC$ et l'angle ABC vaut 108° .

Donc l'angle BAC = $(180^\circ - 108^\circ) : 2 = 36^\circ$

Calcul de l'angle BAO (en bleu) :

L'angle BOA vaut 72° (angle au centre). Le triangle AOB est isocèle parce que $AO = BO$.

Donc l'angle BAO = $(180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$