8. Diviseurs de 72

Benoît devait chercher tous les diviseurs de 72.

Voici comment il a procédé avec sa calculatrice.

72 : 1 = 72	1	72 : 2 = 36	2
72 : 3 = 24	3	72 : 4 = 18	4
72 : 5 = 14,4		72 : 6 = 12	6
72 : 7 = 10,285714		72 : 8 = 9	8
72 : 9 = 8	9	72 : 10 = 7,2	
72 : 11 = 6,5454545		72 : 12 = 6	12
72 : 13 = 5,5384615		72 : 14=5,1428571	
72 : 15 = 4,8		72 : 16 = 4,5	
...		...	
72 : 71 = 1,0140845		72 : 72 = 1	72

Il a ainsi trouvé les douze diviseurs: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 et 72.

Les a-t-il tous trouvés?

Berthe lui dit qu'il aurait pu s'arrêter à 72 : 36, et qu'il n'aurait pas eu besoin de faire les 36 dernières divisions.

Bruno lui dit qu'il aurait pu s'arrêter à 72 : 12, car à ce moment il avait déjà tous les diviseurs.

Bérénice lui dit qu'il aurait pu s'arrêter encore plus tôt.

Qui a raison, et pourquoi?

8. *Diviseurs de 72*

La méthode par essais successifs de tous les nombres inférieurs à 72 pour en rechercher les diviseurs vient tout de suite à l'esprit, mais ce n'est pas la plus économique, si on fait appel aux connaissances sur la division euclidienne et à la décomposition d'un nombre en produit de facteurs.

Les tâches de l'élève pour résoudre ce problème sont les suivantes :

- vérifier les données de l'énoncé ;
- constater que, à un certain moment, tous les diviseurs sont écrits ;
- affirmer que la division par 5 est superflue, comme la division par 7, en vertu des connaissances sur les multiples de 5 et de 7 (mémorisation de la table de multiplication ou critères de divisibilité) et que, par conséquent, les divisions par 10, 15, ..., 14, 21 sont aussi superflues.

Le but de l'activité est la construction d'un algorithme personnel pour obtenir l'ensemble des diviseurs d'un nombre, lorsqu'on dispose d'une calculatrice ou lorsqu'on est à l'aise avec l'algorithme de division euclidienne.

Après les recherches individuelles ou en petits groupes, il est nécessaire d'organiser un débat sur les affirmations des différents personnages.

Dans le cas de 72, le répertoire multiplicatif se révèle efficace et suffisant : 1 x 72, 2 x 36, 3 x 24, 4 x 18, 6 x 12 et 8 x 9.

Mais avec une autre valeur de la variable «nombre», 960 par exemple, il faut bien envisager une procédure de divisions successives, dans laquelle on tire profit des résultats précédents, on tient compte de critères de divisibilité (que l'on peut aussi élaborer à cette occasion) et l'on s'abstient d'aller au-delà de la phase de la recherche où le quotient est supérieur ou égal au diviseur.

Il n'est pas nécessaire d'institutionnaliser un même algorithme pour tous, mais il faut proposer à chaque élève de faire «fonctionner» le sien sur quelques nombres, de plus en plus grands.